# 素数の定式化

古井　亮司

ryoji.info

摘要

素数は、さまざまな数学分野においても本質的なものであるが、その根本的理解において今なお研究課題とされている。この短報において、一位的な方法にて素数の定式化を導く。自然数を構成する６つの関数の表上で、消去法にてすべての合成数を体系的に消去し、最終的に素数を導き出す。加えて素数の洗い出しにおいて、このモデルがいかにエラトステネスのふるいより効率性を向上させられるか探求する。

この論文において、素数を関数の公式として厳密解を求めてみる。まず自然数 $n$ を６つの関数にて作表する。

| **$n$** | **$2(3n−2)$** | **$3(2n−1)$** | **$2(3n−1)$** | **$6n−1$** | **$2*3n$** | **$6n+1$** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| **2** | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| **3** | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
| **4** | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
| **5** | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 |
| **6** | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 |
| **7** | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 |
| | … | | | | | |

この表について、以下の三つの見解をのべる。

1) 第二、三、四と六列は、２と３いずれかの素因数を含んでいる。
2) 1)の結果として、２と３を除くすべての素数は、第５と７列に存在する。よって２と３を除くすべての素数は、$6n−1$ または $6n+1$ と表すことができる。
3) 第５と７列のすべての数は、２と３の素因数を含んでいないため、これら列のすべての合成数は、$(6a−1)(6b−1)$、$(6a−1)(6b+1)$、$(6a+1)(6b+1)$ のいずれかで表される。$a$ と $b$ は自然数とする。

結果として、素数 $p$ は以下のとおり特定される。

$p = 2, 3, 6n−1, 6n+1$ ただし以下をのぞく $6n−1$ or $6n+1 = (6a−1)(6b−1)$ or $(6a−1)(6b+1)$ or $(6a+1)(6b+1)$ 。$a$、$b$ と $c$ は、自然数。

考察

この論文で得られたアルゴリズムの計算量は、よく知られているエラトステネスのふるいより増大しうるが、計算過程において、エラトステネスのふるいは素数の知識を必要とするが、これはそれに依存しない。ゆえにこのアルゴリズムは、特定の範囲内の自然数に含まれる素数の算出ができる。さらにはその範囲を小分けしたブロックにして、簡易に並列化した計算が可能である。